

4. OSCILAȚII MECANICE ȘI ELECTROMAGNETICE

Oscilatorul armonic constituie un exemplu de mișcare periodică de o importanță majoră deoarece servește ca model exact sau aproximativ pentru multe probleme de fizica clasică sau cuantică. Sistemele clasice descrise pe baza oscilatorului armonic includ orice sistem scos puțin din starea de echilibru, ca de exemplu:

- un corp fixat de un resort;
- un pendul simplu;
- un circuit electric compus dintr-o bobină ideală și un condensator.

În toate aceste cazuri sunt considerate acele excitații cărora le corespund răspunsuri liniare. Dacă domeniul de variație al mărimilor care intervin este suficient de mic, majoritatea fenomenelor fizice sunt liniare, adică răspunsul este direct proporțional cu forța.

Principalele proprietăți ale oscilatorului armonic sunt:

- frecvența mișcării este independentă de amplitudinea oscilației în domeniul de liniaritate;
- efectele mai multor forțe externe se suprapun liniar.

În acest capitol se vor trata proprietățile oscilatorului armonic considerându-se atât oscilațiile libere cât și cele forțate cu și fără amortizare. Așa cum se va observa, în cazul oscilațiilor mecanice mărimea care variază periodic este distanța sau unghiul, iar în cazul oscilațiilor electromagnetice variază periodic sarcina electrică din circuit, deci curentul electric. Analogia între mărimile mecanice și electrice favorizează tratarea unitară a acestor

processe și înțelegerea fenomenelor care au loc în circuitele electrice de curent alternativ având ca model oscilațiile mecanice.

4.1 Oscilații armonice libere

4.1.1. Corp fixat de un resort

Un corp de masa m , fixat de un resort cu constanta elastică k este deplasat ușor din poziția de echilibru și i se dă drumul, Fig.4.1. Mișcarea corpului se efectuează sub acțiunea forțelor elastice în lungul direcției Ox , $F=-kx$. În acest caz legea fundamentală a dinamicii se scrie astfel:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx; \quad \frac{dx^2}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0; \quad \frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2x = 0 \quad (4.1)$$

unde $\omega_0^2 = k/m$ este pulsația sau frecvența unghiulară proprie a sistemului alcătuit din resort și corp. Ecuația (4.1) este o ecuație diferențială de gradul doi tipică ce are soluția de forma:

$$x = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (4.2)$$

unde A este amplitudinea mișcării, argumentul funcției sinus este faza mișcării, iar φ_0 este faza inițială a mișcării (la momentul $t=0$). Viteza și accelerația la momentul t se deduc succesiv:

$$\begin{aligned} v &= \frac{dx}{dt} = \omega_0 A \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \\ a &= \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega_0^2 A \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \end{aligned} \quad (4.3)$$

Perioada și frecvența oscilațiilor se afla pe baza relației cunoscute din liceu $\omega = 2\pi\nu = 2\pi/T$ și sunt determinate de constanta elastică și de masa corpului:

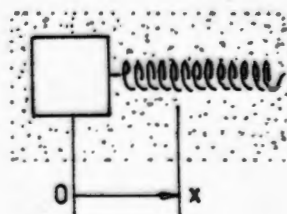


Fig.4.1.

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}; \quad v=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \quad (4.4)$$

Forțele elastice sunt forțe conservative, deci energia oscilatorului se conservă, așa cum rezultă și din demonstrația următoare:

$$E=E_c+E_p=\frac{mv^2}{2}+k\frac{x^2}{2}=k\frac{A^2}{2}=\frac{m\omega_0^2 A^2}{2} \quad (4.5.)$$

4.1.2. Pendulul simplu (pendulul gravitațional)

Pendulul simplu sau pendulul gravitațional este un corp punctiform de masă m fixat de capatul inferior al unui fir considerat fără masă, inextensibil și netorsionabil de lungime l care se mișcă în plan vertical, Fig.4.2. Forța ce produce mișcarea este componenta tangențială a greutateii, iar spațiul strabatut este arcul $s=l\theta$. Scriem și în acest caz legea fundamentală a dinamicii:

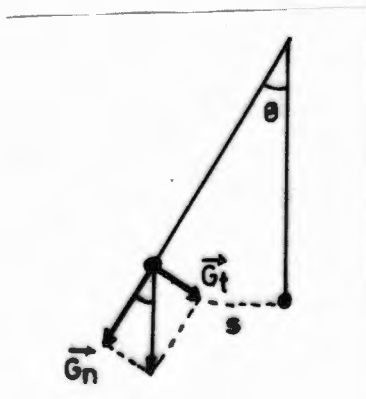


Fig.4.2.

$$m\frac{d^2s}{dt^2}=-mg\sin\theta; \quad \text{cu: } s=l\theta; \quad \frac{d^2s}{dt^2}=l\frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (4.6)$$

$$\Rightarrow ml\frac{d^2\theta}{dt^2}+mg\sin\theta=0$$

Pentru unghiuri de deviație mici ($\theta < 5^\circ$) $\sin\theta$ se aproximează cu θ , iar relația (4.6) devine:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\theta = 0; \quad \frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega_0^2\theta = 0; \quad \omega_0^2 = \frac{g}{l} \quad (4.7)$$

Am ajuns la o ecuație care are aceeași formă cu ecuația (4.1) a cărei soluție reprezintă legea de mișcare a pendulului simplu:

$$\theta = \theta_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (4.8)$$

Perioada și frecvența pendulului simplu sunt:

$$T = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{l}{g}}; \quad \nu = 2\pi \sqrt{\frac{g}{l}} \quad (4.9)$$

4.1.3. Circuitul LC

Să considerăm un condensator ideal de capacitate C încarcat cu sarcina Q_0 legat la bornele unei bobine ideale de inductanță L , Fig.4.3. La un moment dat tensiunea pe condensator U_c , tensiunea autoindusă la bornele bobinei U_L și curentul I prin circuit sunt:

$$U_c = \frac{Q}{C}; \quad U_L = -L \frac{dI}{dt}; \quad I = \frac{dQ}{dt} \Rightarrow Q = \int I dt \quad (4.10)$$

Aplicând legea a II-a a lui Kirchhoff pentru ochiul de rețea rezultă:

$$\begin{aligned} U_c &= U_L \\ \frac{Q}{C} &= -L \frac{dI}{dt} \quad | : L \\ \frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{1}{LC} Q &= 0; \end{aligned} \quad (4.11)$$

$$\frac{d^2Q}{dt^2} + \omega_0^2 Q = 0; \quad \omega_0^2 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

Ecuația (4.11) este de același tip cu ecuația (4.1) și are soluția :

$$Q = Q_0 \sin(\omega_0 t + \phi_0) \quad (4.12)$$

Analiza relațiilor (4.2) și (4.11) conduce la următoarele analogii între mărimile mecanice și cele

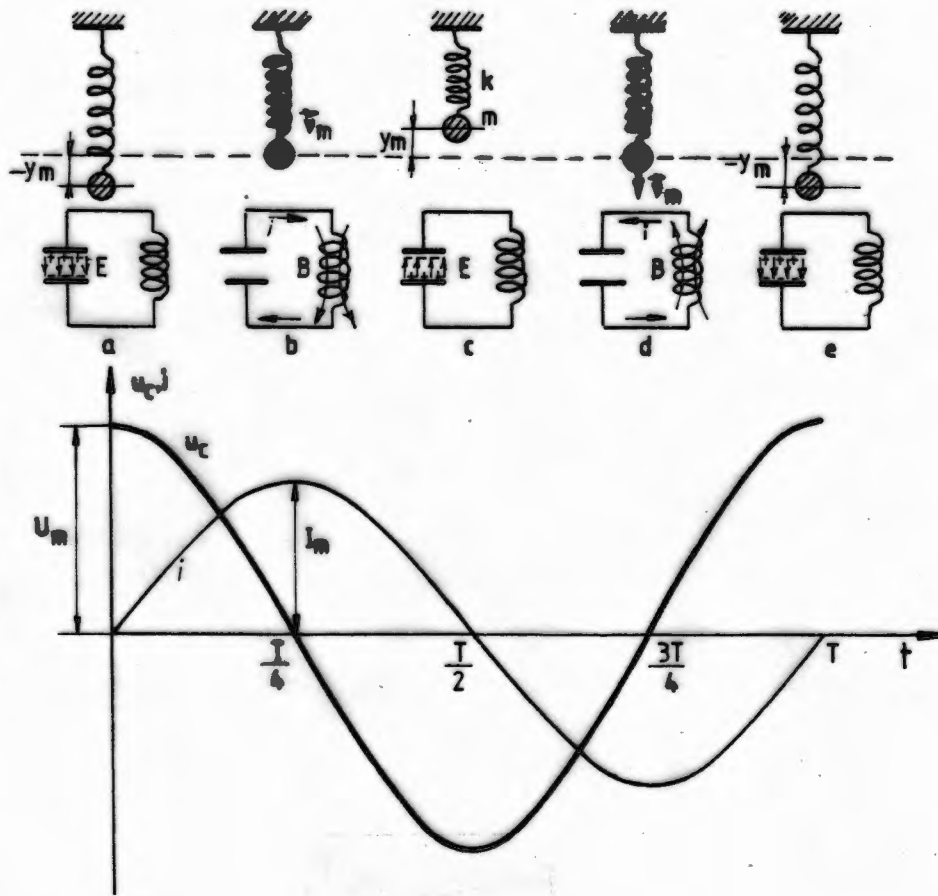


Fig.4.3.

electrice:

$$x \leftrightarrow Q; \quad v \leftrightarrow I; \quad m \leftrightarrow L; \quad k \leftrightarrow \frac{1}{C} \quad (4.13)$$

$$E_p = \frac{kx^2}{2} \leftrightarrow \frac{Q^2}{2C} = E_{el}; \quad E_c = \frac{mv^2}{2} \leftrightarrow \frac{LI^2}{2} = E_{mag}$$

În circuitul oscilant LC energia câmpului electric

al condensatorului se transformă în energia câmpului magnetic al bobinei și invers, asemănător transformării energiei potențiale în energie cinetică și invers în cazul oscilatorului elastic sau gravitațional, Fig.4.3.

4.1.4. Valoarea medie a energiei cinetice și a energiei potențiale

Deoarece mișcarea este periodică, media în timp de o perioadă este egală cu media pe mai multe perioade și este unică. Ea se calculează cu ajutorul relației:

$$\langle A \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T A(t) dt \quad (4.14)$$

Valoarea medie pe o perioadă $T=2\pi/\omega_0$ pentru:

- energia cinetică este:

$$\langle E_c \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{mv^2}{2} dt = \frac{1}{2} mA^2 \frac{\omega_0}{2\pi} \int_0^T \cos^2 \omega_0 t dt = \frac{1}{4} m\omega_0^2 A^2 \quad (4.15)$$

- energia potențială este:

$$\langle E_p \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{kx^2}{2} dt = \frac{1}{2} kA^2 \frac{\omega_0}{2\pi} \int_0^T \sin^2 \omega_0 t dt = \frac{1}{4} m\omega_0^2 A^2 \quad (4.16)$$

Se constată că $\langle E_c \rangle = \langle E_p \rangle$, iar energia totală medie a oscilatorului este :

$$\langle E \rangle = \langle E_c \rangle + \langle E_p \rangle = \frac{1}{2} m\omega_0^2 A^2 = E \quad (4.17)$$

Am găsit o proprietate importantă a oscilatorului armonic: egalitatea mediilor temporale ale energiilor cinetică și potențială. Ea nu este adevărată pentru oscilatorii anarmonici, dar este o bună aproximație pentru oscilatorii slab amortizați.

4.2. Oscilații proprii amortizate

4.2.1. Oscilații elastice amortizate

Modelul fizic de oscilații proprii amortizate se află în Fig.4.4.: un oscilator armonic asupra căruia acționează și o forță de frecare proporțională cu viteza care se opune mișcării, $F_f = -bv$ (b =coeficient de frecare vâscoasă).

Toți oscilatorii armonici reali sunt amortizați de forțele de frecare cu aerul. Legea fundamentală a dinamicii în acest caz este:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx - b \frac{dx}{dt};$$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = 0 \quad | :m \quad (4.18)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\delta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0; \quad \delta = \frac{b}{2m}; \quad \omega_0^2 = \frac{k}{m}$$

unde δ este coeficientul de amortizare, iar ω_0 este frecvența unghiulară a oscilației armonice fără frecare, frecvența unghiulară proprie.

Pentru rezolvarea ecuației (4.17) scriem ecuația caracteristică și soluțiile ei:

$$r^2 + 2\delta r + \omega_0^2 = 0; \quad (4.19)$$

$$r_{1,2} = \delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$$

Dacă forța de frecare este foarte mare, adică $\delta > \omega_0$ soluțiile (4.19) sunt reale și

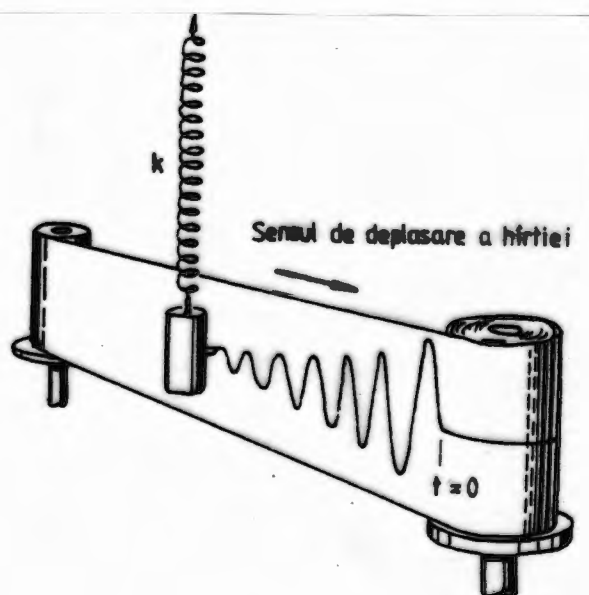


Fig.4.4.

mișcarea este aperiodică, iar amplitudinea oscilațiilor scade exponențial în timp. Dacă forța de frecare are o astfel de valoare încât $\delta < \omega_0$, soluțiile (4.19) sunt marimi complexe și în acest caz mișcarea este periodică cu frecvența unghiulară ω , așa cum rezultă din relațiile următoare:

$$\tau_{1,2} = -\delta \pm i\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = -\delta \pm i\omega; \quad \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \quad (4.20)$$

Soluția ecuației diferențiale (4.18) în acest caz reprezintă legea de mișcare a oscilatorului amortizat:

$$\begin{aligned} x &= Ae^{-\delta t} \sin(\omega t + \varphi); & A(t) &= Ae^{-\delta t}; \\ &\rightarrow x = A(t) \sin(\omega t + \varphi) \end{aligned} \quad (4.21)$$

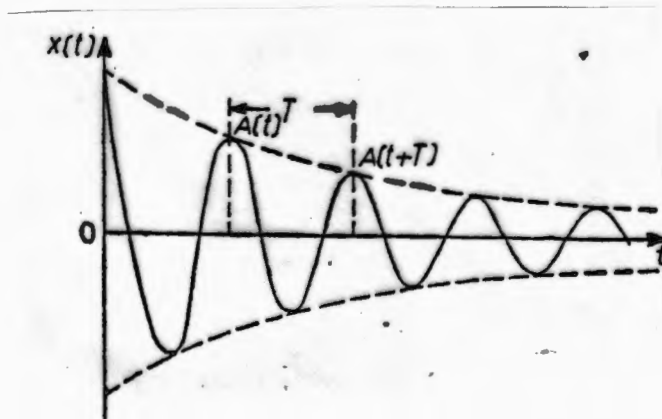


Fig.4.5.

Oscilația amortizată este o mișcare oscilatorie cu frecvența unghiulară ω și cu amplitudinea variabilă exponențial în timp, Fig.4.5.

Pentru caracterizarea amortizării oscilațiilor se introduce mărimea numită decrement

logaritm al amortizării Δ definit prin logaritmul natural al raportului a două amplitudini succesive:

$$\Delta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \ln e^{\delta T} = \delta T \quad (4.22)$$

O altă mărime utilizată în același scop este timpul de relaxare τ , care reprezintă intervalul de timp în care amplitudinea scade de e ori:

$$A(t+\tau) = \frac{A(t)}{e}; \quad \rightarrow \quad \tau = \frac{1}{\delta} \quad (4.23)$$

Acest rezultat s-a obținut prin înlocuirea lui $A(t)$ în (4.23). Mărimea $Q = \omega_0 \tau = \omega_0 / \delta$ se numește atenuare. În mișcările aperiodice $Q < 1$, iar în mișcările periodice $Q > 1$, așa cum rezultă din analiza relației (4.19).

În Tabelul 4.1 sunt redată ordinele de mărime ale atenuării pentru câteva exemple de oscilatori amortizați.

Tabelul 4.1.

Oscilatorul amortizat	Q
mișcări seismice ale pământului	25-1400
coarda de vioara sau pian	~ 1000
atomul excitat	10^7
nucleul excitat	$3 \cdot 10^{12}$

Observații:

- Din formula (4.21) rezultă că oscilațiile încetează după un timp infinit. În realitate, oscilațiile încetează după un timp finit, deoarece când amplitudinea devine comparabilă cu dimensiunile atomice, oscilațiile sunt practic insesizabile.

- Energia oscilatorului amortizat scade în timp. Ea se pierde prin lucrul mecanic al forțelor de frecare.

4.2.2. Oscilații electromagnetice amortizate

Considerăm un circuit format dintr-o bobină de inductanță L , un condensator de capacitate C și un rezistor de rezistență R , în care condensatorul a fost încărcat inițial cu sarcina Q_0 , Fig.4.6. Când comutatorul se afla în poziția 1

condensatorul se încarcă, iar când se afla în poziția 2 în circuitul RLC se produc oscilații care sunt vizualizate pe ecranul osciloscopului.

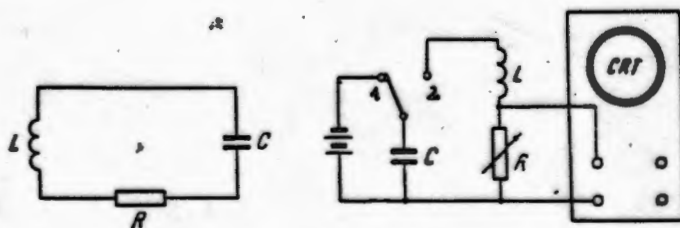


Fig.4.6.

Prezența rezistorului implică o tensiune suplimentară $U_R = IR = R \cdot dQ/dt$, care, pe baza analogiei (4.13) corespunde forței de frecare $b \cdot dx/dt$. Bilanțul tensiunilor în circuit conduce la relațiile:

$$U_C + U_R = U_L$$

$$\frac{Q}{C} + R \frac{dQ}{dt} = -L \frac{d^2Q}{dt^2} \quad | : L \quad (4.24)$$

$$\frac{d^2Q}{dt^2} + 2\delta \frac{d^2Q}{dt^2} + \omega_0^2 Q = 0; \quad 2\delta = \frac{R}{L}; \quad \omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

Oscilațiile amortizate se obțin pentru $\delta < \omega_0$, adică pentru $R < 2(L/C)^{1/2}$ și au expresia:

$$Q = Q_0 e^{-\frac{R}{2L}t} \sin \omega t; \quad \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} \quad (4.25)$$

Se observă că rezistența are un efect de micșorare a frecvenței oscilațiilor. În cazuri concrete valoarea lui δ este mică și acest efect este neglijabil.

4.3. Oscilații armonice forțate. Rezonanța.

4.3.1. Oscilații elastice forțate

Pierderea energiei oscilatorului amortizat se compensează dacă asupra sa acționează o forță exterioară periodică $F = F_0 \sin \omega_1 t$. Legea a doua a dinamicii devine în acest

caz:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = F_0 \sin \omega_1 t \quad | : m \quad (4.26)$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\delta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} \sin \omega_1 t$$

Teoria ecuațiilor diferențiale demonstrează că soluția acestei ecuații neomogene este suma dintre soluția ecuației omogene și o soluție particulară de forma membrului drept al ecuației:

$$x = x_0 + x_p = A e^{-\delta t} \sin(\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} t + \varphi_0) + A_1 \sin(\omega_1 t + \varphi) \quad (4.27)$$

Soluția x_0 se anulează după un interval de timp $t \gg \tau$ datorită amortizării, iar sistemul intră în regim staționar de oscilație cu frecvența identică cu cea a forței exterioare, așa cum arată soluția x_p . Înlocuind soluția x_p în relația (4.26) se obține expresia amplitudinii și a fazei oscilației forțate:

$$A_1 = \frac{F_0}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_1^2)^2 + 4\delta^2 \omega_1^2}}; \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{2\delta \omega_1}{\omega_1^2 - \omega_0^2} \quad (4.28)$$

Amplitudinea oscilațiilor forțate în regim staționar este puternic dependentă de frecvența forței externe. Valoarea maximă se află din condiția $dA_1/d\omega = 0$ din care rezultă:

$$\omega_1 = \omega_{rez} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}; \quad A_1 = A_{rez} = \frac{F_0}{2m\delta \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}} \quad (4.29)$$

Fenomenul prin care apare un maxim de amplitudine a mișcării forțate la o frecvență apropiată de frecvența proprie de a sistemului se numește rezonanță. Din Fig.4.7. se vede că valoarea lui A_{rez} crește odată cu scăderea coeficientului de amortizare δ și tinde la infinit pentru $\delta=0$.

Să precizăm că defazajul φ reprezintă unghiul cu care elongația $x = x_p$ își atinge maximumul înaintea forței F .

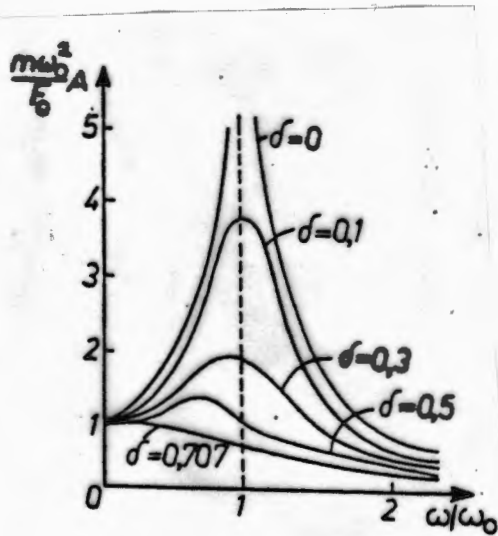


Fig. 4.7.

Variația lui φ cu ω_1 este reprezentată în Fig. 4.8. Din grafic se observă că faza φ este întotdeauna negativă și cuprinsă în intervalele:

$$\begin{aligned} 0 > \varphi > -\frac{\pi}{2}, & \text{ pt. } \omega_1 < \omega_0 \\ -\frac{\pi}{2} > \varphi > -\pi, & \text{ pt. } \omega_1 > \omega_0 \\ \varphi = 0, & \text{ pt. } \omega_1 = 0 \end{aligned} \quad (4.30)$$

Să analizăm soluția ecuației (4.26) în cazurile limită, presupunând că amortizarea este slabă, $\omega_0 \tau \gg 1$.

a. Frecvența forței exterioare este mică, $\omega_1 \ll \omega_0$. În acest caz defazajul φ tinde la zero, $\varphi = 0$, iar răspunsul la frecvența joasă este în fază cu forța externă. Amplitudinea mișcării este:

$$\varphi \rightarrow 0, \quad A_1 \rightarrow \frac{F_0}{m\omega_0^2} = \frac{F_0}{k} \quad (4.31)$$

Se spune că resortul, prin constanta k , controlează răspunsul: corpul este deplasat înainte și înapoi de forța externă care acționează împotriva forței elastice a resortului.

b. Frecvența forței exterioare este identică cu frecvența proprie a oscilatorului: $\omega_1 = \omega_0$. În acest caz:

$$\varphi = -\frac{\pi}{2}, \quad A_1 = \frac{F_0}{2m\delta\omega_1} \quad (4.32)$$

și amortizarea controlează oscilația

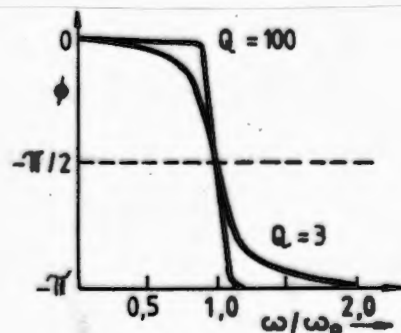


Fig. 4.8.

(δ). Răspunsul maxim nu apare exact când $\omega_1 = \omega_0$, ci la valoarea lui ω_1 data de expresia (4.29). Pentru amortizare slabă frecvența maximului este foarte aproape de frecvența proprie, așa cum se vede și din Fig.4.5. Este interesant de observat că la rezonanță forța este defazată față de elongație cu $-\pi/2$, deci este în fază cu viteza oscilatorului. Pentru ca transferul de putere să fie maxim forța și viteza trebuie să fie în fază, astfel sistemul primește un impuls maxim în momentul în care viteza sa este maximă.

c. Frecvența forței exterioare este înaltă: $\omega_1 \gg \omega_0$. În acest caz avem:

$$\varphi \rightarrow -\pi; \quad A_1 \rightarrow \frac{F_0}{m\omega_1^2} \quad (4.33)$$

Amplitudinea descrește cu ω_1 , răspunsul este controlat de inerția sistemului (m), iar masa răspunde ca un obiect liber fiind deplasată rapid înainte și înapoi de către forță.

În concluzie, elongația este mereu în întârziere față de forța exterioară.

În practică sunt cunoscute numeroase cazuri în care eforturi de energie relativ scăzută efectuate cu frecvența apropiată de frecvența proprie au condus la distrugerii însemnate de poduri, clădiri înalte, rotoare de turbine. Dar rezonanța are și numeroase avantaje utilizate în mecanică, acustică și în telecomunicații.

4.3.2. Oscilații electromagnetice forțate

Oscilațiile electromagnetice amortizate devin forțate dacă în circuitul RLC se introduce o sursă de tensiune alternativă $U = U_0 \sin \omega_1 t$. Suma tensiunilor din circuit va fi:

$$U_C + U_R = U_L + U$$

$$L \frac{d^2 Q}{dt^2} + R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = U_0 \sin \omega_1 t \quad | :L \quad (4.34)$$

$$\frac{d^2 Q}{dt^2} + 2\delta \frac{dQ}{dt} + \omega_0^2 Q = \frac{U_0}{L} \sin \omega_1 t$$

Prin analogie cu ecuația (4.26) în care lui U_0 îi corespunde F_0 , găsim amplitudinea Q_0 și faza φ a oscilației forțate a sarcinii electrice:

$$Q = Q_0 \sin(\omega_1 t + \varphi)$$

$$Q_0 = \frac{U_0}{L \sqrt{\left(\frac{1}{LC} - \omega_1^2\right)^2 + \frac{R^2}{L^2} \omega_1^2}} = \frac{U_0}{\sqrt{\left(\frac{1}{C} - \omega_1^2 L\right)^2 + R^2 \omega_1^2}} \quad (4.35)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\frac{R}{L} \omega_1}{\omega_1^2 - \frac{1}{LC}}$$

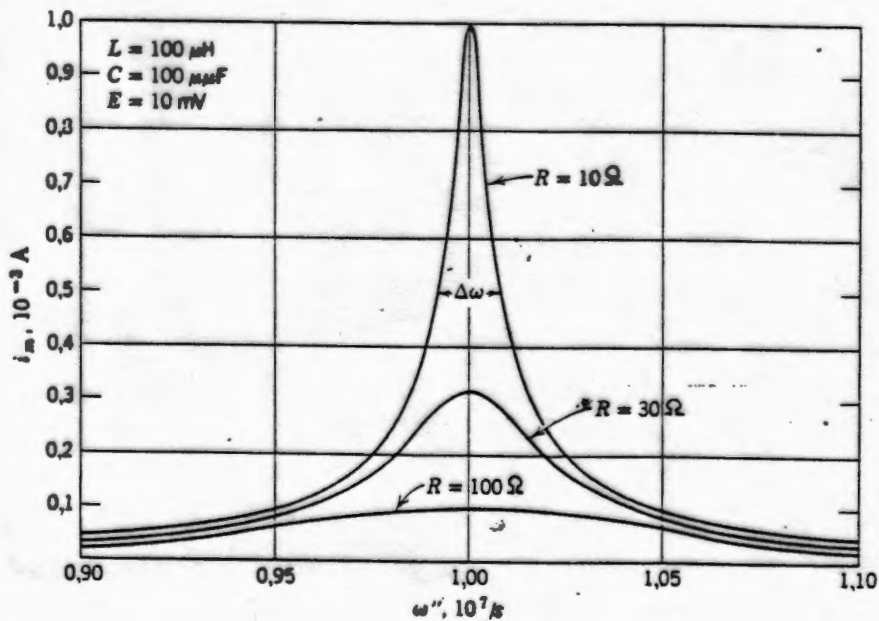


Fig. 4.9.

Într-un asemenea circuit interesează în special modul în care variază intensitatea curentului electric:

$$i = \frac{dQ}{dt} = \omega_1 Q_0 \cos(\omega_1 t + \varphi) = I_0 \cos(\omega_1 t + \varphi)$$

$$\text{unde: } I_0 = \omega_1 Q_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega_1 C} - \omega_1 L\right)^2}} \quad (4.36)$$

Curentul va avea un maxim pentru:

$$\frac{1}{\omega_1 C} = \omega_1 L, \quad \rightarrow \quad \omega_1 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0 \quad (4.37)$$

deci, atunci când frecvența tensiunii exterioare este aceeași cu frecvența oscilațiilor proprii, neamortizate. La rezonanță, amplitudinea oscilațiilor de curent este determinată în întregime de rezistență:

$$I_{0_{rez}} = \frac{U_0}{R} \quad (4.38)$$

În Fig.4.9. este prezentată dependența lui I_0 de ω_1 pentru un circuit RLC serie. Se observă că la scăderea rezistenței curba de rezonanță devine tot mai ascuțită.

4.3.3. Oscilații auto-întreținute

Oscilațiile auto-întreținute sunt produse în sisteme oscilante în care pierderile de energie sunt compensate cu ajutorul unei surse de energie care nu are proprietăți oscilatorii, ca în cazurile oscilațiilor forțate prezentate mai sus.

În Fig.4.10. corpul care oscilează are fixată o placută flexibilă care atinge periodic, în timpul oscilației un contact care închide circuitul electric ce conține un electromagnet. În acest scurt interval de timp electromagnetul atrage corpul, crescându-i energia cinetică și prin aceasta compensând pierderile de energie prin frecare.

Sistemele oscilante auto-întreținute sunt, în general, alcatuite din patru elemente, Fig.4.11.:

- un element oscilant (corpul și ansamblul de resorturi);

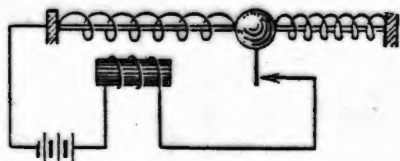


Fig.4.10.

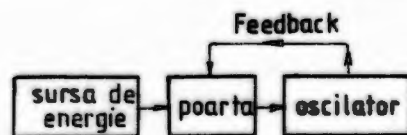


Fig.4.11.

- o sursa de energie care compensează pierderile (sursa de curent);

- o poartă care permite energiei să ajungă la sistemul oscilant în cantități limitate, la anumite momente (punctul de contact);

- un element de "feedback" care controlează poarta utilizând proprietățile sistemului oscilant (electromagnetul care atrage corpul și deschide contactul).

Oscilațiile auto-întreținute sunt întâlnite frecvent în natură și în tehnologie. De exemplu, ele sunt utilizate la sonerii electrice, buzzere, motoare cu aburi, motoare cu combustie internă, ciocane pneumatice, etc. Oscilațiile auto-întreținute sunt produse în corzile viorii de către arcuș, în coloana de aer a instrumentelor de suflat, în corzile vocale în timpul vorbitului sau cântatului. Orice ceas este un sistem de oscilații auto-întreținute. Elementul oscilator este pendulul sau balansoarul, sursa de energie este greutatea prinsă de lanț în cazul ceasului cu pendul sau arcul în cazul ceasului simplu. Poarta este ancora care lasă să avanseze câte un dinte al roții la fiecare perioadă. Elementul de feedback este realizat prin interacțiunea dintre ancoră și roțiță.